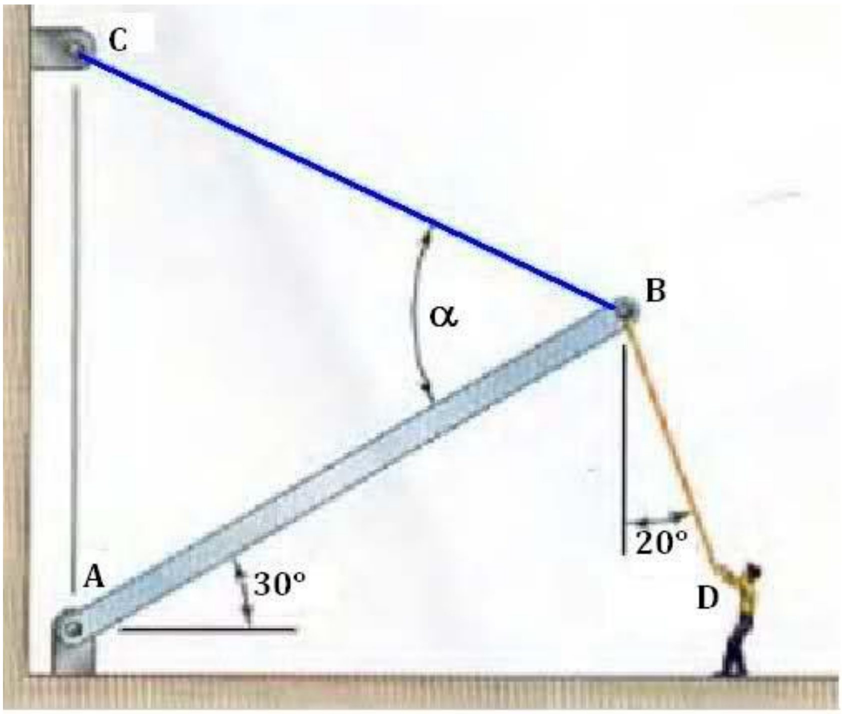
5

ESTÁTICA



Objetivos:

- Utilización de las nociones de sistema en equilibrio como herramienta para modelizar ejemplos básicos de Estática.
- Uso de gráficos cartesianos para la interpretación matemática de casos planteados.
- Comprensión de que los fenómenos físicos pueden ser modelizados y descriptos a través de expresiones matemáticas, en particular en el planteamiento de las leyes de Newton.
- Interpretación de situaciones comunes de la vida cotidiana.

ESTÁTICA

5.1. INTRODUCCIÓN

La Estática es la parte de la Física que estudia los cuerpos sobre los que actúan fuerzas y momentos cuyas resultantes son nulas, de forma que permanecen en reposo o en movimiento no acelerado.

A diferencia de los objetos concretos, la fuerza, (así como ciertos entes de la Física y la Matemática), es un concepto de difícil definición.

Un objeto concreto no presenta problemas para su descripción, ya que se lo ve, se lo toca, sin embargo, la fuerza sólo puede evidenciarse a través de lo que ella es capaz de hacer o de lo que se puede hacer con ella, o sea a través de sus efectos.

La fuerza es todo aquello que es capaz de modificar la velocidad de un cuerpo (en módulo, dirección o sentido) y/o deformarlo o sea cambiarle la forma (aplastarlo, abollarlo, estirarlo, romperlo).

La fuerza es una magnitud vectorial ya que, requiere de los cuatro elementos de un vector para ser expresada completamente.

En Física, la fuerza es una magnitud vectorial medible que se define como el fenómeno físico capaz de cambiar el estado de reposo de un cuerpo, el estado de movimiento o deformarlo. Se representa con la letra 'F' y su unidad de medida es el newton (N).

Una fórmula para calcular la fuerza es $F = m \times a$, en la que 'm' se corresponde con la masa de un cuerpo (expresada en kilogramos) y 'a' equivale a la aceleración que experimenta (en metros por segundo al cuadrado).

En Física se pueden distinguir dos tipos de fuerza: fuerza de contacto y fuerza de interacción a distancia.

Fuerza de contacto

Resulta de la interacción entre dos cuerpos a través de un contacto físico entre ellos. Existen distintas clases de fuerza de este tipo, como fuerza de empuje, fuerza de fricción o fuerza de tensión.

Fuerza a distancia

Resulta de la interacción entre dos cuerpos sin que exista contacto físico. Por ejemplo, las fuerzas electromagnéticas y las fuerzas gravitacionales.

La fuerza de gravedad es un tipo de fuerza a distancia que se define como un fenómeno físico en el que los cuerpos con una determinada masa se atraen entre ellos siempre que se encuentren dentro de su campo gravitacional. La fuerza de gravedad es especialmente importante en cuerpos de gran masa como los planetas. En este sentido, la gravedad indica el peso de un cuerpo.

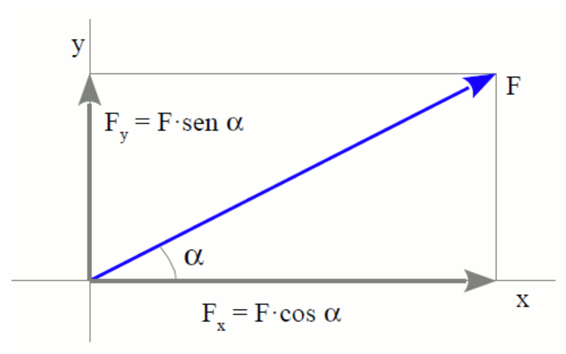
5.2. COMPONENTES ORTOGONALES DE UNA FUERZA

Uno de los métodos para sumar vectores emplea las proyecciones de un vector a lo largo de los ejes de un sistema de coordenadas rectangulares. Estas proyecciones se llaman componentes ortogonales. Cualquier vector o, en nuestro caso, cualquier fuerza se puede describir por completo mediante sus componentes.

Si consideramos una fuerza F en un sistema de coordenadas rectangulares, como se ve en la figura, notamos que F se puede expresar como la suma de dos vectores que son las componentes Fx paralelo al eje x y Fy paralelo al eje y.

$$F = Fx + Fy$$

Donde Fx y Fy son los vectores componentes de F.
Estas componentes pueden ser números positivos o negativos.



Estas componentes forman dos lados de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa tiene la magnitud de F. Así la magnitud y dirección de F están relacionadas con sus componentes por el teorema de Pitágoras, y la definición de tangente.
Debajo se encuentran las fórmulas para calcular las componentes y el ángulo α que determina la dirección de la fuerza.

$$F(x) = F.\cos \alpha$$

$$F(y) = F.\ \text{sen}\ \alpha$$

La magnitud de la fuerza neta resultante será:

$$F=\sqrt{F(x)^2 + F(y)^2}$$

Para calcular la dirección del vector F utilizamos la función trigonométrica:

$$\text{tg } \alpha = F(y)/ F(x)$$

Despejamos α:

$$\alpha = \text{arco tg } F(y)/ F(x)$$

Aclaración: llamamos α al ángulo que forma la fuerza con el eje de las abscisas. Veamos en el ejemplo anterior el cálculo de las componentes:

Importante: recordamos debajo los signos de las componentes de acuerdo a la posición que se encuentre el vector F:

- Si F pertenece al cuadrante I: es F(x) positiva y F(y) positiva.
- Si F pertenece al cuadrante II: es F(x) negativa y F(y) positiva.
- Si F pertenece al cuadrante III: es F(x) negativa y F(y) negativa.
- Si F pertenece al cuadrante IV: es F(x) positiva y F(y) negativa.

Estos signos son muy importantes para determinar el ángulo que formará la fuerza neta con el eje positivo x.

Resultante de un sistema de fuerzas con componentes ortogonales

Muchas veces se necesita obtener además de gráficamente, la resultante en forma algebraica, de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo. A esto se le llama fuerza neta que actúa sobre un cuerpo.

Para ello seguimos este procedimiento: primero hallamos las componentes de todos los vectores.

A continuación se suman todas las componentes x para obtener la resultante en dirección de x.

Luego, sumamos todas las componentes y para hallar la componente resultante en la dirección y.

Seguidamente utilizamos el teorema de Pitágoras para determinar la magnitud del vector resultante.

Por último, aplicamos la función trigonométrica tangente para determinar el ángulo que forma la fuerza con el eje x.

Para determinar en qué cuadrante estará actuando la Fuerza Resultante (que reemplaza a todas las fuerzas que le dieron origen), se observan los signos de las resultantes parciales para cada eje (x e y).

Ejemplo:

Calcular en formas gráfica y analítica la resultante del siguiente sistema de fuerzas utilizando el método de las componentes rectangulares:

F1= 100 Kgf; ϵ al cuadrante I y α = 30°

F2= 200 Kgf; є al cuadrante II y $\alpha = 45°$

F3= 300 Kgf; є al cuadrante III y $\alpha = 60°$

Con Escala: 1 cm = 50 Kgf realizar el gráfico correspondiente:

Cálculo de las componentes de las fuerzas:

$F_1(x) = F_1 \cdot \cos \alpha$

$F_1(x) = 100\ Kgf \cdot \cos 30°$

$F_1(x) = 86,6\ Kgf$

$F_1(y) = F_1 \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F_1(y) = 100\ Kgf \cdot \text{sen}\ 30°$

$F_1(y) = 50,0\ Kgf$

$F_2(x) = F_2 \cdot \cos \alpha$

$F_2(x) = 200\ Kgf \cdot \cos 45°$

$F_2(x) = -141,4\ Kgf$

$F_2(y) = F_2 \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F_2(y) = 200\ Kgf \cdot \text{sen}\ 45°$

$F_1(y) = 141,4\ Kgf$

$F_3(x) = F_3 \cdot \cos \alpha$

$F_3(x) = 300\ Kgf \cdot \cos 60°$

$F_3(x) = -150,0\ Kgf$

$F_3(y) = F_3 \cdot \text{sen}\ \alpha$

$F_3(y) = 300\ Kgf \cdot \text{sen}\ 60°$

$F_3(y) = -259,8\ Kgf$

Cálculo de las componentes de la resultante ($R_{(x)}$ y $R_{(y)}$)

$R(x) = \Sigma F(x)$

$R(x) = 86,6\ Kgf - 141,4\ Kgf - 150,0\ Kgf$

$R(x) = -204,8\ Kgf$

$R(y) = \Sigma F(y)$

$R(y) = 50,0\ Kgf + 141,4\ Kgf - 259,8\ Kgf$

$R(x) = -68,4\ Kgf$

Calculo de la resultante:

$$R = \sqrt{(-204,8\ Kgf)^2 + (-68,4\ Kgf)^2}$$

$R = 215,9\ Kgf$

Cálculo del ángulo que forma la resultante con el eje de las abscisas:

tg α = - 68,4 Kgf/-204,8 Kgf

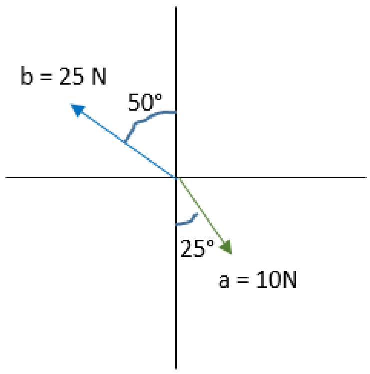
α = arco tg 0,33

α = 18° 15` 46``

La resultante pertenece al cuadrante III.

Ejercitación:

Determinar la resultante de los siguientes sistemas de fuerzas, en forma gráfica y analítica. Trazar el gráfico a escala.



5.3. CÁLCULO DE TENSIONES (FUERZAS EN EQUILIBRIO)

Recordemos que al estar el sistema en equilibrio la sumatoria de las fuerzas debe ser cero. (1ra Condición de Equilibrio)

Σ F(x) = 0

Σ F(y) = 0

Sugerencias para resolver problemas de Estática ó equilibrio de un cuerpo rígido:

Para resolver estos problemas se utiliza sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas lineales.

Conviene repasar los métodos de resolución de estos sistemas de ecuaciones.

Aquí utilizaremos el método de sustitución.

Elabora un esquema o gráfico del objeto considerado.

Determina las incógnitas del problema e identifique claramente los datos del mismo. Se deberá plantear al menos tantas ecuaciones como incógnitas para poder resolver el problema.

Dibuja un diagrama de cuerpo libre y asigna una letra a cada una de todas las fuerzas externas que actúan sobre el objeto. Intente predecir de antemano la dirección y sentido de cada una de las fuerzas que no son datos del problema, por ejemplo las reacciones. A veces esto último no es tan evidente cuando no se tiene demasiada práctica. Si suponemos un sentido que no es el correcto y esto lo conduce a un signo negativo en la solución de alguna fuerza, no se alarme; esto significa simplemente que el sentido de esa fuerza es opuesto al considerado.

Descompongamos todas las fuerzas en sus componentes rectangulares, pero elijamos un sistema de coordenadas conveniente.

Aplica la primera condición de equilibrio: $\Sigma F = 0$, la fuerza externa resultante debe ser igual a cero. Es conveniente muchas veces escribir la $\Sigma F = 0$ en las dos direcciones XY, es decir $\Sigma F_X = 0$ y $\Sigma F_Y = 0$. Recuerda conservar los signos de cada componente según el sentido de cada fuerza y el sistema de coordenadas.

Estas dos últimas expresiones aportan dos ecuaciones para determinar las incógnitas del problema.

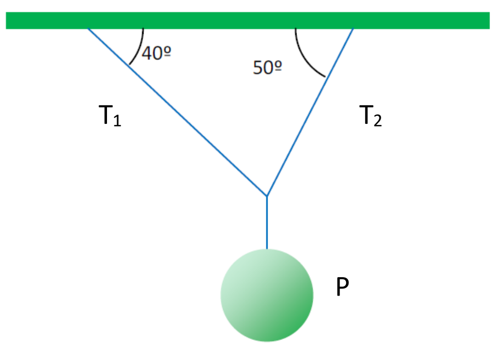
Más acerca del diagrama de cuerpo libre:

Para obtener buenos resultados al aplicar las Leyes de Newton o las condiciones de equilibrio de un cuerpo rígido, es importante poder identificar, en primer lugar, todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo considerado. El diagrama de estas fuerzas se denomina “diagrama de cuerpo libre” y para construirlo correctamente es necesario realizar algunas consideraciones como las siguientes.

Se elige un punto común como punto de aplicación de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Se toma ese punto común como origen de un sistema de coordenadas (X ; Y), seleccionando adecuadamente la posición de los ejescoordenados.

Una vez ubicado el origen, se representan a partir de éste los vectores que representan a cada una de las fuerzas identificadas. La representación de cada fuerza no debe realizarse necesariamente en escala ya que se trata sólo de un diagrama, aunque es conveniente respetar la relación entre los diferentes módulos si éstos se conocen. Es decir, las fuerzas de mayor módulo se representaran con vectores de mayor longitud y viceversa.

Ejemplo:
Dos cables están unidos en “V” y cargados según se indica en la figura. Hallar las tensiones en los cables, teniendo en cuenta que el cuerpo tiene un peso de 20 Kgf.



Antes de comenzar a resolver el ejercicio es recomendable, realizar un diagrama de cuerpo libre.

Condición de equilibrio:

$R = 0$

$R(x) = 0$

$R(y) = 0$

$R\,(x) = \Sigma\, F(x) = 0$

$T_2(x) – T_1(x) =0$

$- T_1 . \cos 40° + T_2 . \cos 50° = 0$

$- T_1 . 0{,}766 + T_2 . 0{,}643 = 0$

$R(y) = \Sigma\, F(y) = 0$

$T_1(y) + T_2(y) – P =0$

$T_1 . \text{sen } 40° + T_2 . \text{sen } 50° = 20 \text{ Kgf}$

$T_1 . 0{,}643 + T_2 . 0{,}766 = 20 \text{ Kgf}$

$$\begin{cases} - T_1 . 0{,}766 + T_2 . 0{,}643 = 0 \\ T_1 . 0{,}643 + T_2 . 0{,}766 = 20 \text{ Kgf} \end{cases}$$

Método de sustitución:

En 1:

$T_2 = T_1 . 0{,}766 / 0{,}643$

Reemplazando en 2:

$T_1 . 0{,}643 + T_1 . 0{,}766/0{,}643 . 0{,}766 = 20 \text{ Kgf}$

$T_1 . 0{,}643 + T_1 . 0{,}91 = 20 \text{ Kgf}$

$T_1 . (0{,}643 + 0{,}91) = 20 \text{ Kgf}$

$T_1 = 20 \text{ Kgf} / 1{,}553$

$\mathbf{T_1 = 12{,}88\ Kgf}$

Luego:

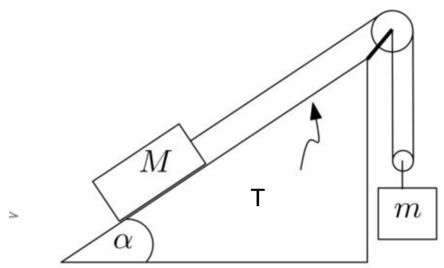
$T_2 = T_1 . 0{,}766 / 0{,}643$

$T_2 = 12{,}88 \text{ Kgf} . 0{,}766 / 0{,}643$

T_2 = 15,34 Kgf

5.4. PLANO INCLINADO

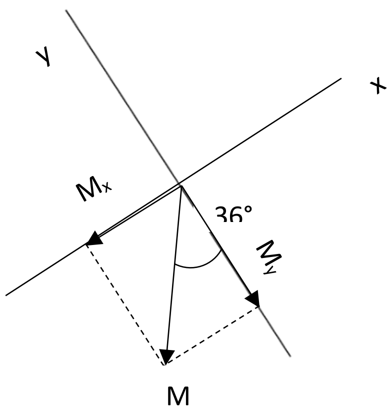
En el siguiente ejercicio veremos cómo calcular una de las masas para que el sistema esté en equilibrio y la tensión.

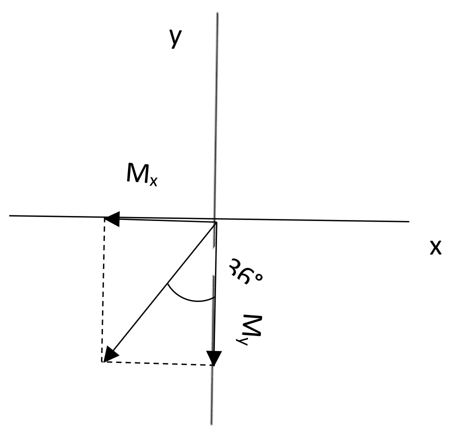


Como se observa en la figura, tenemos a dos cuerpos unidos por una cuerda sobre un plano inclinado de un cierto ángulo.

Deberemos hallar el valor de la masa "m" que será necesaria para equilibrar al sistema, así como también el valor de la tensión. Los datos son M = 80 kg y el ángulo de inclinación de 36°.

Es muy importante realizar en estos casos el diagrama de cuerpo libre. Es una gráfica sobre un sistema de ejes ortogonales (x e y), en la que se dibujan todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y éste es representado por un simple punto.





Esto facilita enormemente el cálculo. Aplicaremos la condición de equilibrio desde el principio.

La sumatoria de todas las fuerzas en “x” y en “y” deben dar igual a cero. Después quedaran planteadas las ecuaciones correspondientes en donde despejaremos a las incógnitas.

Las fuerzas que actúan sobre el eje x son la tensión y la componente horizontal del peso del cuerpo.

5.5. EJERCITACIÓN

1) Represente gráficamente, en cada situación, el peso de los cuerpos utilizando una escala conveniente.

a) Una señora pesa 60 kgf.

b) Un auto que pesa 1 tnf sube por una rampa inclinada. Otro de 500 kgf que está detrás sin haber comenzado a ascender.

c) Una manzana que pesa 1,5 N mientras cae del árbol.

2) Un carrito se mueve con una cierta velocidad v horizontal de Este a Oeste. Se le aplica una fuerza:

• En la misma dirección y sentido a la velocidad.

• En la misma dirección y sentido contrario a la velocidad.

• De Norte a Sur.

a) Dibuje cada situación y representa, sin usar escalas, la velocidad del carrito y la fuerza aplicada.

b) En una frase describa los cambios de movimiento que esas fuerzas producen en el carrito.

3) Una pelota de tenis es arrojada verticalmente hacia arriba sube y vuelve a caer. Realice un esquema y represente la velocidad y la/las fuerzas sobre la pelota mientras está:

a) Ascendiendo en el aire.

b) En el punto de máxima altura.

c) Descendiendo, antes de llegar al piso.

Especifique cuál es el efecto de la(s) fuerza(s) sobre la pelota.

4) Un hombre empuja una piedra ejerciendo una fuerza de 30 Kgf horizontal y hacia la derecha.

a) Represente la fuerza que ejerce el hombre con una escala de 6Kgf/cm.

b) Indique las características de la fuerza que deberá realizar otra persona para que la piedra permanezca en reposo.

c) Represente ambas fuerzas e indicá cuál es el valor de la fuerza resultante.

5) Analice y dibuje las siguientes situaciones:

a) Tres personas ponen en movimiento un auto, cada una ejerciendo una fuerza de 15 Kgf. Las tres lo hacen en el mismo sentido y dirección (horizontal hacia la derecha). ¿Qué fuerza deberá realizar una sola persona para conseguir el mismo efecto? Represente dicha fuerza.

b) Si esas personas ponen en movimiento el auto, ejerciendo cada una fuerzas de 15 Kgf, pero una empuja en sentido opuesto, ¿cuál será la fuerza que reemplazará las tres en este caso? Represente la fuerza correspondiente.

6) Una fuerza de 80 N ha sido representada por un vector de 4 cm. ¿Cuál ha sido la escala empleada?

7) Un chico, que pesa 500 N, se cuelga con las manos de una barra horizontal, estando sus brazos paralelos. ¿Qué fuerza realiza cada brazo? ¿Qué fuerza realiza cada brazo, si ahora forman un ángulo de 24º con la vertical?

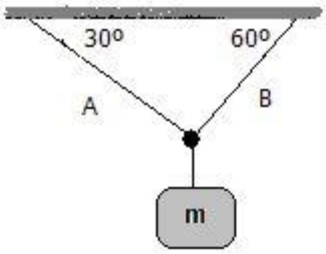
8) Alberto y Juan, se sientan en sendas hamacas enfrentadas una con otra. Ellos tiran de los extremos de una misma cuerda y se observa que la cadena de la hamaca de Juan forma un ángulo de 30º con la vertical, mientras que en la de Alberto el ángulo es 20º.Si Juan pesa 250 N, ¿Cuánto pesará Alberto?

9) Raúl y Santiago tiran horizontalmente de cuerdas atadas a un auto, las cuales forman entre sí un ángulo de 45º. Raúl ejerce una fuerza de 150 kgf y Santiago una de 100 kgf sin lograr mover el auto. Encuentre la fuerza resultante y el ángulo que forma respecto a la fuerza ejercida por Raúl. ¿Con quién interactúa el cuerpo?

10) Verifique si la partícula que está afectada por las siguientes fuerzas: F1 = 140 N; F2 = 210 N; F3 = 350 N; F4 = 280 N, y cuyas direcciones forman entre sí los siguientes ángulos:$\alpha 1,2$ = 45º; $\alpha 2,3$ = 82º; $\alpha 3,4$ = 90º, está en equilibrio.

En caso de no estarlo, agregar una fuerza de igual módulo, de igual dirección y de sentido contrario a la resultante, (que llamaremos equilibrante), para establecer el equilibrio. Verifique gráficamente que una partícula sometida a un sistema de 3 fuerzas concurrentes se encuentra en equilibrio: F1 = 300 N, F2 = 400 N y F3 = 500 N, $\alpha_{1,2}$ = 90º; $\alpha_{2,3}$ = 143º.

11) Determine las tensiones en las cuerdas que soportan al cuerpo suspendido.



12) Calcule la fuerza necesaria para arrastrar un objeto de 500 kgf por una tabla de 3 m de largo que forma un plano inclinado de 2 m de altura. ¿Qué ángulo forma la tabla con el piso?

13) Un auto está estacionado sobre una calle con una pendiente de 15º. Si su peso es 10.500 N, determina el valor de la fuerza que ejerce el piso sobre el auto. Recuerde que tiene dos componentes una paralela al plano y otra perpendicular al mismo.